



MALMBERG

meten en meetkunde

595682



GRAFEN

werkboek groep 6 | 7 | 8

REKEN XI

NAAM:

NAAM:

REKEN XI

werkboek groep 6 | 7 | 8

BABYLONISCHE
GETALLEN



getallen en bewerkingen

MALMBERG

ISBN 978 94 020 6787 3
RekenXL
Eerste druk, eerste oplage

MALMBERG

© Malmberg, 's-Hertogenbosch
Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 20 juni 1974, St.b. 351, zoals gewijzigd bij het Besluit van 23 augustus 1985, St.b. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3051, 2130 KB Hoofddorp). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) dient men zich tot de uitgever te wenden. De uitgever heeft getracht alle rechthebbenden te achterhalen. Indien u meent als rechthebbende in aanmerking te komen, kunt u zich tot de uitgever wenden.



Foto's

Louvre Museum

Shutterstock

Illustraties

Studio Struis

Ontwerp

Studio Struis

Realisatie

Projectgroep Malmberg b.v.

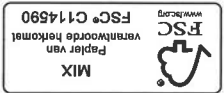
PPMP Prepress

Realisatie
Projectgroep Malmberg b.v.
PPMP Prepress

Ontwerp
Studio Struis

Illustraties
Studio Struis
Peter FitzVerploegh

Foto's
Shutterstock



ISBN 978 94 020 6787 3
RekenXL
Eerste druk, eerste oplage

MALMBERG

© Malmberg, 's-Hertogenbosch
Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 20 juni 1974, St.b. 351, zoals gewijzigd bij het Besluit van 23 augustus 1985, St.b. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan de Stichting Reprorecht (Postbus 3051, 2130 KB Hoofddorp). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) dient men zich tot de uitgever te wenden. De uitgever heeft getracht alle rechthebbenden te achterhalen. Indien u meent als rechthebbende in aanmerking te komen, kunt u zich tot de uitgever wenden.

AUTEURS
Greetje van Dijk
Anneke van Gool
Corinne Harten
Fokke Munk
Fred Steetsel
Gerrit van Wolfswinkel

EINDREDACTIE
Maurice Breugelmans
Anne Wichgers

CONCEPTAUTEURS
Greetje van Dijk
Anneke van Gool



GRAFEN

werkboek groep 6 | 7 | 8

REKEN XL

REKEN XL

werkboek groep 6 | 7 | 8

BABYLONISCHE
GETALLEN



CONCEPTAUTEURS
Greetje van Dijk
Anneke van Gool

EINDREDACTIE
Maurice Breugelmans
Anne Wichgers

AUTEURS
Greetje van Dijk
Anneke van Gool
Corinne Harten
Fokke Munk
Fred Steetsel
Gerrit van Wolfswinkel

BABYLONISCHE GETALLEN



ZO'N 4000 JAAR GELEDEN WAS ER EEN BELANGRIJK KONINKRIJK IN HET GEBIED DAT NU IRAK HEET: BABYLONIË. DE BABYLONIËRS HIELDEN ZICH VEEL BEZIG MET WETENSCHAP. ZE SCHREVEN IN SPIJKERSCHRIFT EN VERDIEPTEN ZICH IN WISKUNDE.

BIJ OPGRAVINGEN ZIJN KLEITABLETTEN GEVONDEN MET TEKSTEN, BIJVOORBEELD OVER HOEVEEL GEITEN EN SCHAPEN ER WERDEN VERHANDELD.



OP KLEITABLET 'AO 8862' STAAN REKENSOMMEN EN ZELFS REKENRAADSELS. HOE Zouden DE BABYLONIËRS HEBBEN GEREKEND?



DOOR KONINGSBERGEN STROOMT EEN RIVIER. IN DE RIVIER LIGGEN 2 EILANDEN DIE MET 3 BRUGGEN MET DE STAD ZIJN VERBONDEN. IS ER EEN ROUTE WAARBIJ JE OP DEZELFDE PLEK START EN STOPT, WAARBIJ JE PRECIES 1 KEER OVER ELKE BRUG LOOPT?



DE WISKUNDIGE LEONHARD EULER BEDACHT DE GRAFENTHEORIE TOEN HIJ HET KONINGSBERGER BRUGGENPROBLEEM WILDE OPLOSSEN.



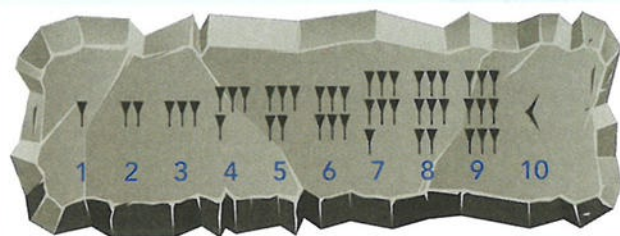
EEN GRAAF IS EEN MEETKUNDIGE FIGUUR DIE BESTAAT UIT EEN AANTAL PUNTEN, DIE VERBONDEN DOOR LIJNSTUKKEN, HOE DIE PUNTEN MET ELKAAR ZIJN VERBONDEN, ONTDEK JE MET DE GRAFENTHEORIE.



IN EEN KLIMPAK GA JE AAN TOUWEN, VIA NETBRUGGEN OF MET EEN ROETSJBAAN VAN PLATEAU NAAR PLATEAU. ZO'N PARCOURS KUN JE VERGELIJKEN MET EEN GRAAF.



GRAFEN



ZO ZIT HET

De symbolen die de Babyloniërs voor getallen gebruikten, lijken op spijkers en haken. Met de platte achterkant van een riet drukten ze deze symbolen in kleitabletten.

1

Maak een kleitablet met Babylonische getallen.

Neem klei en een (ijs)stokje.

Druk de Babylonische getallen 1 tot en met 10 in een kleitablet.



DIT LEER JE

Je leert rekenen met het zestigtallig stelsel.

Dit zijn de stappen:

- Maak kennis met de getallen in het zestigtallig stelsel.
- Maak optelsommen en aftreksommen.
- Maak vermenigvuldigingen.
- Maak breuken in het zestigtallig stelsel.

DIT MAAK JE

Je maakt een werkboekje over Babylonisch rekenen.

PLANNING

week 1: opdracht 1-8

week 2: opdracht 9-15

week 3: **XL-opdracht 16-20**

week 4: eindopdracht en evaluatie

DIT LEER JE

Je leert over grafentheorie en toepassingen ervan.

Dit zijn de stappen:

- Leer de begrippen die bij grafen horen.
- Ontdek en ontwerp verschillende typen grafen.
- Onderzoek routes in de grafen.
- Analyseer de overeenkomsten en verschillen.
- Los kleurenproblemen op.

PLANNING

week 1: opdracht 1-5
week 2: opdracht 6-12
week 3: **XL-opdracht 13-15**
week 4: eindopdracht en evaluatie

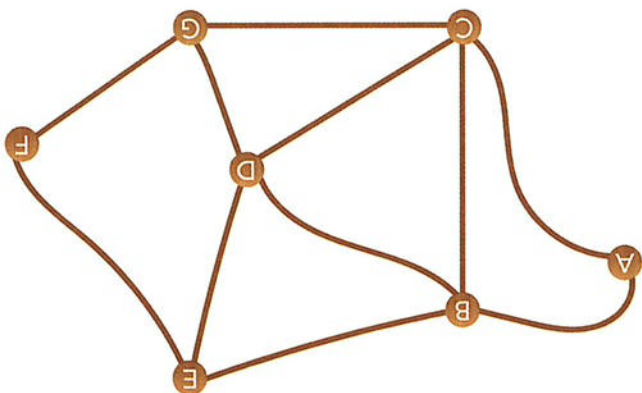
DIT MAAK JE

Je ontwerpt een plattegrond voor een klimpark.

1

Onderzoek de routes.

Amber ontwerpt een klimpark. Ze bouwt 7 hoge plateaus en verbindt ze met touwen en netruggen. Dit is haar werktekening:



a Amber wil een route waarbij je elke verbinding precies 1 keer gebruikt. Beschrijf 2 verschillende routes.

Welke plateaus kun je gebruiken als startplaats?

b Amber wil 1 plateau gebruiken als start- en eindpunt. Er moet 1 route zijn waarbij elke verbinding precies 1 keer wordt gebruikt. Welke aanpassing is nodig in Ambers ontwerp?

ZO ZIT HET

De spijker is het symbool voor de eenheden, de haak voor de tientallen. Zo maakten de Babyloniërs de getallen 1 tot en met 59.



De spijkers staan in groepjes van 3, los of tegen elkaar aan.
De haken staan naast elkaar of over elkaar heen.
Voor het gemak zetten wij de haken en de spijkers achter elkaar.

2 Schrijf en teken de getallen.

a Schrijf de getallen met gewone cijfers.

<<< ||||| <<<< |||| <<< || << |||||

b Teken de getallen met spijkers en haken.

15 51 34 43

ZO ZIT HET

Bij getallen groter dan 59 gebruikten de Babyloniërs een positiestelsel. Als een getal 1 plaats opschuift naar links, wordt het 60 keer zoveel waard.

Een getal met symbolen op 2 posities: $\langle \uparrow \rangle \langle \uparrow \rangle = 11 \times 60 + 11 \times 1 = 671$

Een getal met symbolen op 3 posities: $\uparrow \langle \uparrow \rangle \langle \uparrow \rangle = 1 \times 3600 + 11 \times 60 + 21 = 4281$

3 Schrijf de getallen.

|| = $____ \times 60 + ____ = ____$

< | = $____ \times 60 + ____ = ____$

<< || = $____ + ____ = ____$

<<< || << || = $____ + ____ = ____$

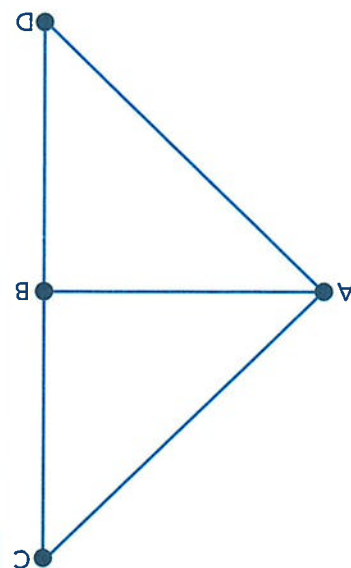
| << ||| <<< = $____ + ____ + ____ = ____$

||| = $____ + ____ + ____ = ____$



ZO ZIT HET

- Een graaf bestaat uit **knopen** (punten) en **lijnen**. Een lijn is een verbinding tussen 2 knopen.
- Een **pad** is een route over een aantal verbindingen na elkaar.
- Een **gesloten pad** of een **circuit** begint en eindigt op dezelfde knoop.
- Bijvoorbeeld: $A - B - D - A$.
- Bij een **eulerpad** ga je precies 1 keer over elke lijn.
- Bijvoorbeeld: $B - A - C - B - D - A$.
- Een **eulercircuit** is een gesloten eulerpad.
- Je start en stopt op dezelfde knoop.
- De graaf in dit voorbeeld is geen eulercircuit.

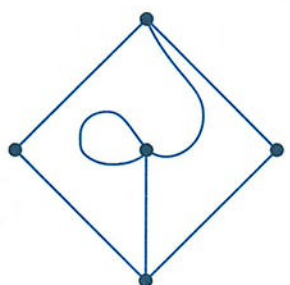


2 Onderzoek de grafen.

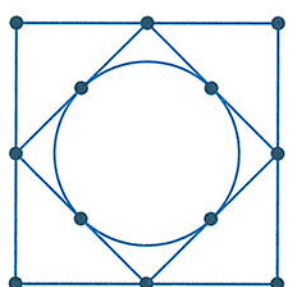
- Is er een eulerpad en/of een eulercircuit?
- Omcirkel de knopen die het startpunt kunnen zijn voor een eulerpad.

TIP
Een graaf heeft een eulerpad als je de lijnen kunt tekenen zonder je potlood van het papier te halen, en nooit 2 keer over dezelfde lijn gaat.

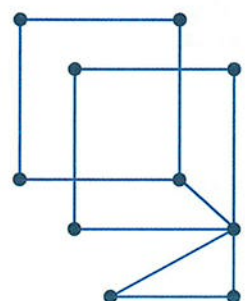
eulerpad: ja | nee
eulercircuit: ja | nee



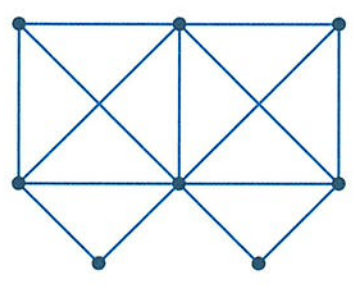
eulerpad: ja | nee
eulercircuit: ja | nee



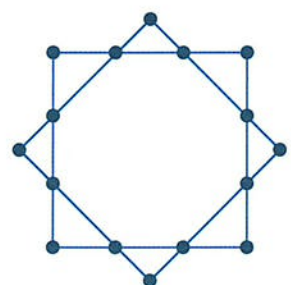
eulerpad: ja | nee
eulercircuit: ja | nee



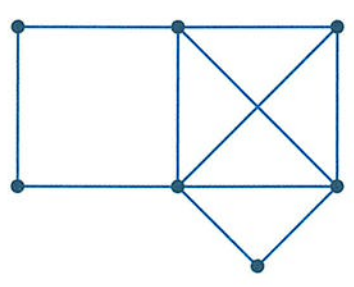
eulerpad: ja | nee
eulercircuit: ja | nee



eulerpad: ja | nee
eulercircuit: ja | nee



eulerpad: ja | nee
eulercircuit: ja | nee



ZO ZIT HET

De Babyloniërs gebruikten geen 0. Daardoor weet je niet altijd op welke positie in een getal de spijkers en haken staan. Dat is lastig. Bedenk maar eens wat er zou gebeuren als wij geen 0 zouden hebben. Het getal 22 kan dan 22, 202, 2020, 200.200, enzovoort betekenen.

Hier hebben de Babyloniërs later toch iets op bedacht. Ze zetten een **plaatshouder** op de plek van een lege positie: De plaatshouder ziet er zo uit: . Het zijn 2 spijkers naast elkaar die schuin staan. Het getal $<<|| \backslash \backslash <<$ is dan $22 \times 3600 + 0 \times 60 + 20 = 79.220$.

4

Bedenk welke getallen het kunnen zijn.

Er staat geen plaatshouder in het getal. Dan kunnen de symbolen verschillende waarden hebben. Geef steeds 3 mogelijkheden voor de volgende getallen.

Schrijf ook de sommen op.

$|| =$

$<<<<||| <| =$

ZO ZIT HET

Om het rekenen met Babylonische getallen iets overzichtelijker te maken, gebruiken we vanaf nu geen spijkers en haken meer, maar noteren we de Babylonische getallen met dubbele punten ertussen. Bijvoorbeeld: $22 : 0 : 20$ betekent: $<< || \backslash \backslash <<$.

5

Reken uit.

We gebruiken het zestigtallig systeem van de Babyloniërs nog steeds bij het noteren van tijden. [uren : minuten : seconden]

a Hoeveel seconden zijn er in totaal voorbij op deze klok?

b Reken uit hoeveel seconden er voorbij zijn.

$12 : 12 : 12 =$

$01 : 59 : 59 =$

c Bij tijden tel je nooit verder dan 23:59:59, omdat er 24 uur in een dag zitten. Bij Babylonisch tellen kun je wél doorgaan. Schrijf deze Babylonische getallen als gewoon getal uit het tientallig stelsel.

$43 : 00 : 40 =$

$27 : 28 : 00 =$

$01 : 01 : 01 : 01 =$

$20 : 00 : 00 : 02 =$

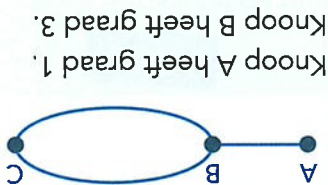


3

Onderzoek de grafen.

- De **graad** van een knoop is het aantal lijnen dat aankomt in de knoop.
- Een **(on)even knoop** is een knoop van een (on)even graad.
- Een graaf met een eulERPAd heeft **0** of **2** oneven knopen.

ZO ZIT HET



Knoop A heeft graad 1.
Knoop B heeft graad 3.

b Wat valt je op aan de mogelijke startpunten voor de grafen met een eulERPAd in opdracht 2?

c Onderzoek de beweringen:

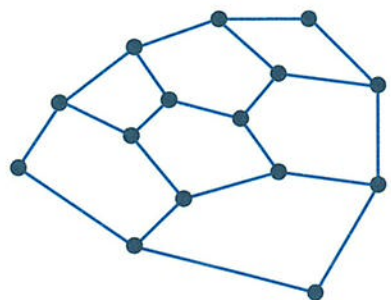
1 'Een graaf met alleen even knopen heeft altijd een eulercircuit.'

Waar | Niet waar, want

2 'In een graaf met een eulERPAd is het aantal oneven knopen altijd oneven.'

Waar | Niet waar, want

d Deze graaf heeft zeker geen eulERPAd. Leg uit



$3600 =$

$$360 = \quad :$$

$3599 =$

$600 =$

$3601 =$

$2 =$

$7322 =$

$122 =$

$6000 =$

b $36.000 =$

$439.322 =$

$$215.999 =$$

$$12.959.999 =$$

$$180.005 =$$

$1.098.305 =$

$$01 : 25 + 01 : 35$$

$$20:04:20 + 59:56:40$$

01 : 25

01 : 35

$$01:01:01 - 59:59 =$$

$$21 : 21 : 21 - 22 : 22 =$$

$$40:00:00:00 - 04 =$$



Kijk opdracht 1 tot en met 8 na. Heb je nog vragen? Schrijf ze op en vraag uitleg tijdens de instructie. Bedenk 2 zinnen met het getal << III (zonder plaatshouder). Zorg dat het getal in jouw zinnen maar 1 betekenis kan hebben. Maar het moeten wel verschillende betekenissen zijn.

Ontwerp in je schritt een klimpark met 7 plateaus. Er is 1 plateau met 3 verbindingen en 1 plateau met 5 verbindingen. Teken een graaf van het klimpark en beschrijf het eulpad.

oneven knopen:

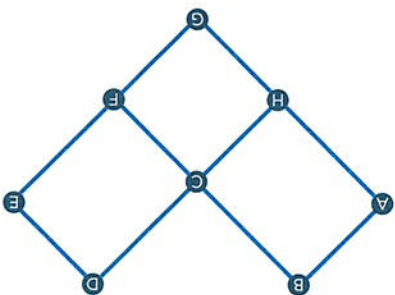
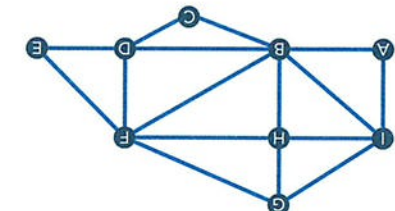
pad tussen deze knopen:

eußerpad:

oneven knopen:

pad tussen deze knopen:

eulerpad:



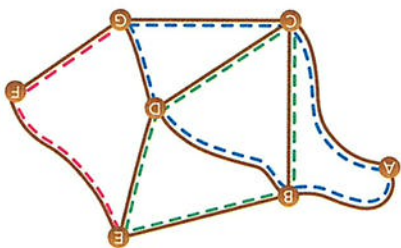
BLIK TERUG

Kijk opdracht 1 tot en met 5 na. Leg je
 uit of meester het verschil uit tussen
 een eulerpada en een eulercircuit. Het
 ontwerpen van routes in een klimpark is een
 beroep waarvoor veel wiskunde nodig is.

STAP 3

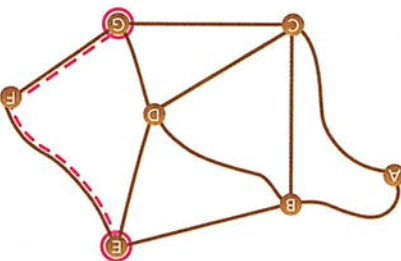
Schrijf het eulpad op. Begin bij 1 oneven knoop. Voeg per kleur de knopen in de juiste volgorde toe.

E-B-C-D-E-F-G
-D-B-A-C-G



STAP 2

Begin bij 1 van de oneven knopen. Kleur een gesloten pad. Zijn er nog lijnen over? Doe hetzelfde met een nieuwe kleur vanuit de andere oneven knoop. Heb je nog lijnen over? Maak dan een lus aan 1 van je paden. Ga door tot alle lijnen gekleurd zijn.



STAP 1

Omciirkel de oneven knopen.
Maak een pad tussen de oneven knopen.

ZO ZIT HET

Wind een eulerpad in een graaf met 2 oneven knopen.

ZO ZIT HET

Er zijn ook kleitabletten gevonden waarop vermenigvuldigtafels staan. In het Babylonische stelsel gaan de tafels tot en met 59.

Dus in de tafel van 2 is de laatste som 59×2 . En de laatste tafel is de tafel van 59.

Dit symbool  betekent keer of maal.

9 Reken de Babylonische tafelsommen uit.

Schrijf je antwoorden als Babylonische getallen. Gebruik steeds 2 cijfers op elke positie.

- a $55 \times 2 = 01 : 50$ $55 \times 7 =$
- $56 \times 2 =$ $56 \times 7 =$
- $57 \times 2 =$ $57 \times 7 =$
- $58 \times 2 =$ $58 \times 7 =$
- $59 \times 2 =$ $59 \times 7 =$
- b $10 \times 22 =$ $10 \times 55 =$
- $20 \times 22 =$ $20 \times 55 =$
- $30 \times 22 =$ $30 \times 55 =$
- $40 \times 22 =$ $40 \times 55 =$
- $50 \times 22 =$ $50 \times 55 =$

ZO ZIT HET

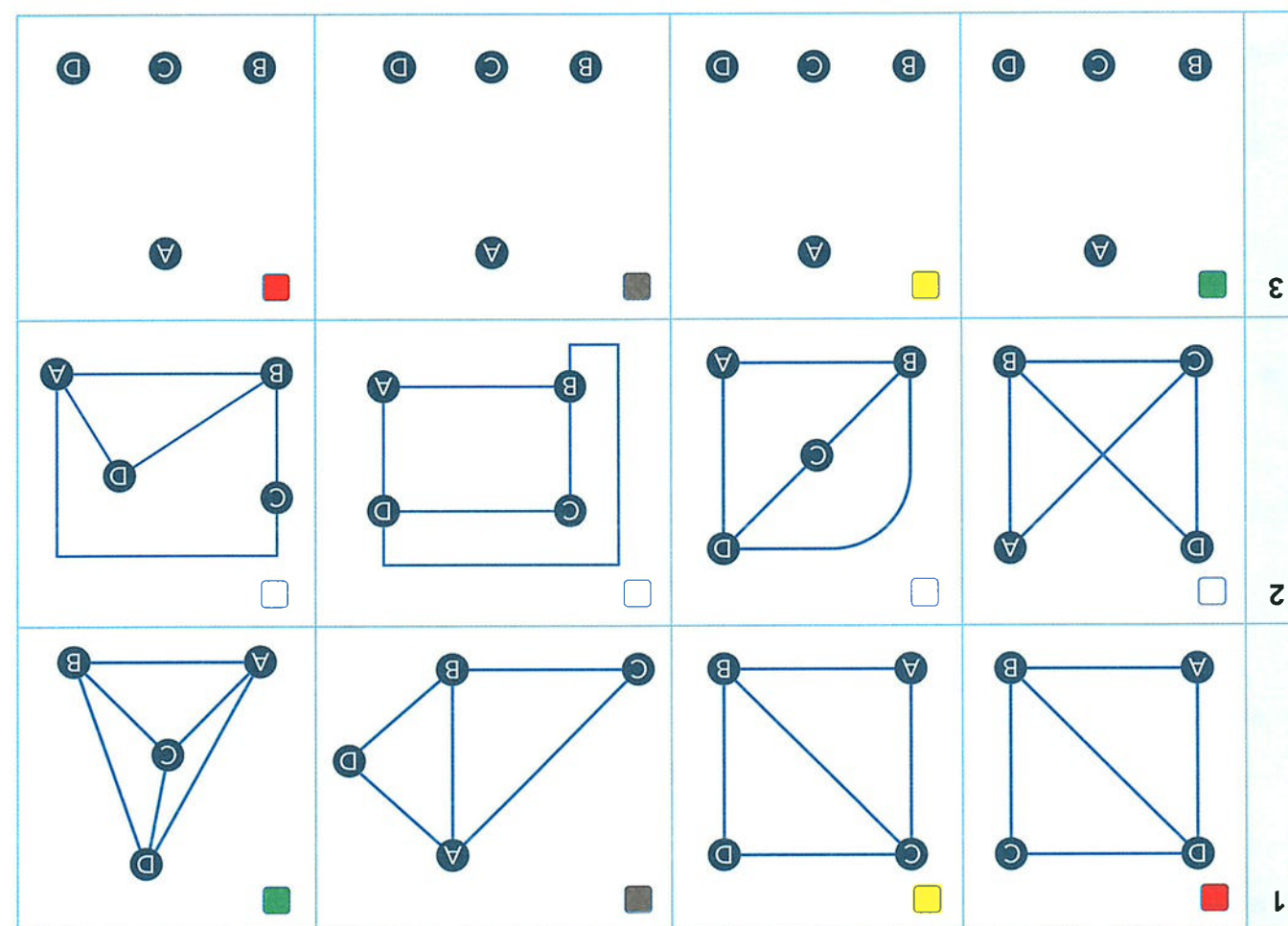
Er is een kleitablet gevonden met daarop de tafel van 5. Alleen de sommen van 1×5 tot en met 20×5 en 30×5 , 40×5 en 50×5 staan erop. Dat is genoeg om alle sommen van de tafel van 5 te maken.

10 Reken de Babylonische tafelsommen uit.

Schrijf je antwoorden als Babylonische getallen. Gebruik steeds 2 cijfers op elke positie.

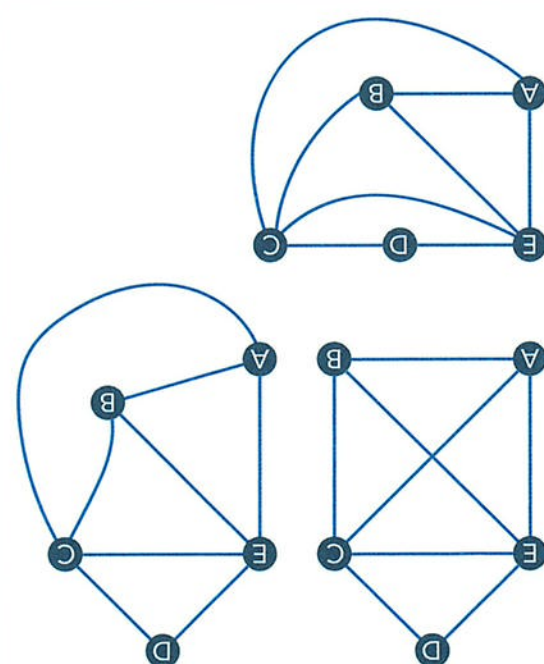
Schrijf de berekeningen in je schrift.

- $26 \times 5 =$
- $55 \times 5 =$
- $39 \times 5 =$
- $39 \times 9 =$



- a Welke grafen in rij 1 en 2 zijn isomorf? Geef de hokjes dezelfde kleur.
- b Teken in rij 3 grafen die isomorf zijn met de grafen uit rij 1.

Onderzoek isomorfe grafen.



- Deze grafen zien er verschillend uit, maar ze hebben dezelfde structuur. In wiskundetaal zeg je dan dat ze **isomorf** zijn:
- Er zijn evenveel knopen.
 - Bij elke knoop in de ene graaf hoort een knoop in de andere graaf die dezelfde graad heeft en op dezelfde manier is verbonden met de andere knopen.

ZO ZIT HET

ZO ZIT HET

Er is een Babylonisch kleitablet ontdekt met daarop alle kwadraten tot en met 59. Met een slim stappenplan konden de Babyloniërs hiermee alle vermenigvuldigingen tussen getallen tot 60 maken.

n	n ²	n	n ²	n	n ²	n	n ²	n	n ²	n	n ²
1	00 : 01	11	02 : 01	21	07 : 21	31	16 : 01	41	28 : 01	51	43 : 21
2	00 : 04	12	02 : 24	22	08 : 04	32	17 : 04	42	29 : 24	52	45 : 04
3	00 : 09	13	02 : 49	23	08 : 49	33	18 : 09	43	30 : 49	53	46 : 49
4	00 : 16	14	03 : 16	24	09 : 36	34	19 : 16	44	32 : 16	54	48 : 36
5	00 : 25	15	03 : 45	25	10 : 25	35	20 : 25	45	33 : 45	55	50 : 25
6	00 : 36	16	04 : 16	26	11 : 16	36	21 : 36	46	35 : 16	56	52 : 16
7	00 : 49	17	04 : 49	27	12 : 09	37	22 : 49	47	36 : 49	57	54 : 09
8	01 : 04	18	05 : 24	28	13 : 04	38	24 : 04	48	38 : 24	58	56 : 04
9	01 : 21	19	06 : 01	29	14 : 01	39	25 : 21	49	40 : 01	59	58 : 01
10	01 : 40	20	06 : 40	30	15 : 00	40	26 : 40	50	41 : 40		

2 getallen met elkaar vermenigvuldigen

voorbeeld 23 × 35

STAP 1

Tel de 2 getallen bij elkaar op.
Je hebt nu 3 getallen.

$$23 + 35 = 58$$

STAP 2

Zoek de kwadraten van deze
3 getallen op.

$$23^2 = 08 : 49$$

$$35^2 = 20 : 25$$

$$58^2 = 56 : 04$$

STAP 3

Neem het grootste kwadraat en trek
de andere 2 kwadraten daarvan af.

$$56 : 04 - 20 : 25 - 8 : 49 = 26 : 50$$

STAP 4

Deel de uitkomst door 2 en je hebt het
antwoord op de vermenigvuldiging.

$$\text{de helft van } 26 : 50 = 13 : 25$$

$$\text{dus: } 23 \times 35 = 13 : 25$$

11 Reken uit met het stappenplan.

Schrijf je antwoorden als Babylonische getallen. Gebruik steeds 2 cijfers op elke positie.

vermenig- vuldiging	kwadraten			antwoord aftreksom	de helft
$10 \times 13 = \dots$	$10^2 =$	en $13^2 =$	$23^2 =$		
$19 \times 21 = \dots$	$19^2 =$	en $21^2 =$	$=$		
$22 \times 34 = \dots$	$22^2 =$	en $34^2 =$	$=$		

aantal knopen	1	1	2	2	3	4	5	6	7
aantal bomen	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Teken de mogelijke typen bomen in je schrift en vul de tabel in.
Met 4 knopen maak je deze bomen. Alle andere bomen met 4 knopen zijn isomorf met deze 2 typen.

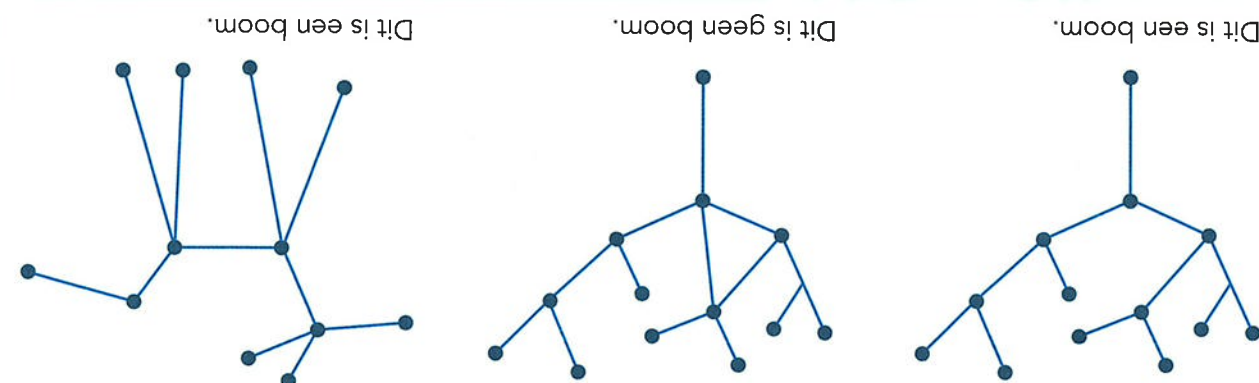
Onderzoek isomorphe bomen.

			4
			3
			2
			1

a Welke bomen in rij 1, 2 en 3 zijn isomorf? Geef de hokjes dezelfde kleur.
b Teken in rij 4 grafen die isomorf zijn met de grafen uit rij 1.

7

Onderzoek isomorphe bomen.



Een boom is een graaf zonder gesloten pad.

ZO ZIT HET

ZO ZIT HET

De Babyloniërs zagen vermenigvuldigingen als rechthoeken en kwadraten als vierkanten. Dat is niet zo gek, want de oppervlakte van een rechthoek is lengte $\times$ breedte en bij een vierkant is de oppervlakte dus een kwadraat.

12 Onderzoek het stappenplan.

- a Bekijk de vermenigvuldiging 23×35 nog een keer met deze figuur erbij.

Waar zie je $23 + 35$?

Waar zie je de 3 kwadraten?

Waar zie je het antwoord op de aftreksom?

Waar zie je het antwoord op de vermenigvuldiging?

- b Gebruik de figuur bij de som 15×20 . Schrijf de oppervlaktes van de 4 delen in de rechthoeken.

Wat is de oppervlakte van het grote vierkant?

Lees de uitkomst af uit de figuur. $15 \times 20 =$

13 Reken de Babylonische vermenigvuldigingen handig uit.

Schrijf je uitkomsten als Babylonische getallen.

Gebruik steeds 2 cijfers op elke positie.

- a Voor sommige vermenigvuldigingen heb je het stappenplan niet nodig als je handig rekent.

Tip: denk aan kloktijden.

$$28 \times 30 = 14 \times \quad =$$

$$04 : 00 \times 20 = 02 : 00 \times \quad =$$

$$15 : 00 \times 12 = \quad \times 3 =$$

$$04 : 00 \times 20 : 00 = 02 : 00 \times \quad =$$

- b Bedenk tafelsommen die gemakkelijk zijn met Babylonische vermenigvuldigingen, maar in het tientallig stelsel niet. Kies getallen onder 59. Vul in en reken uit.

$$16 \times \quad =$$

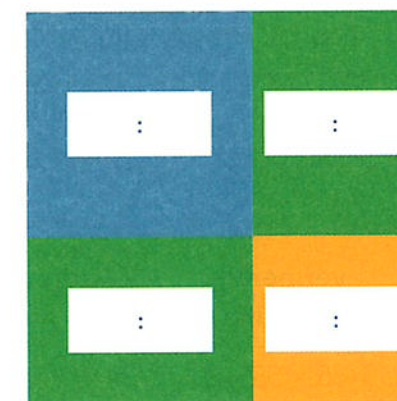
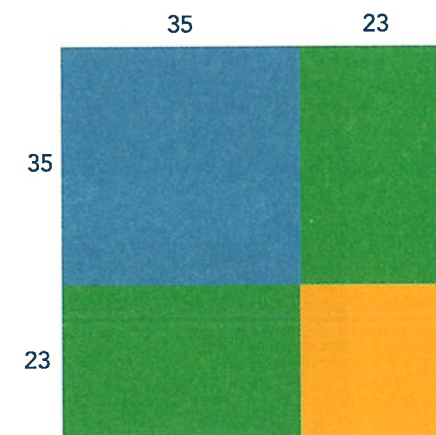
$$15 \times \quad =$$

$$24 \times \quad =$$

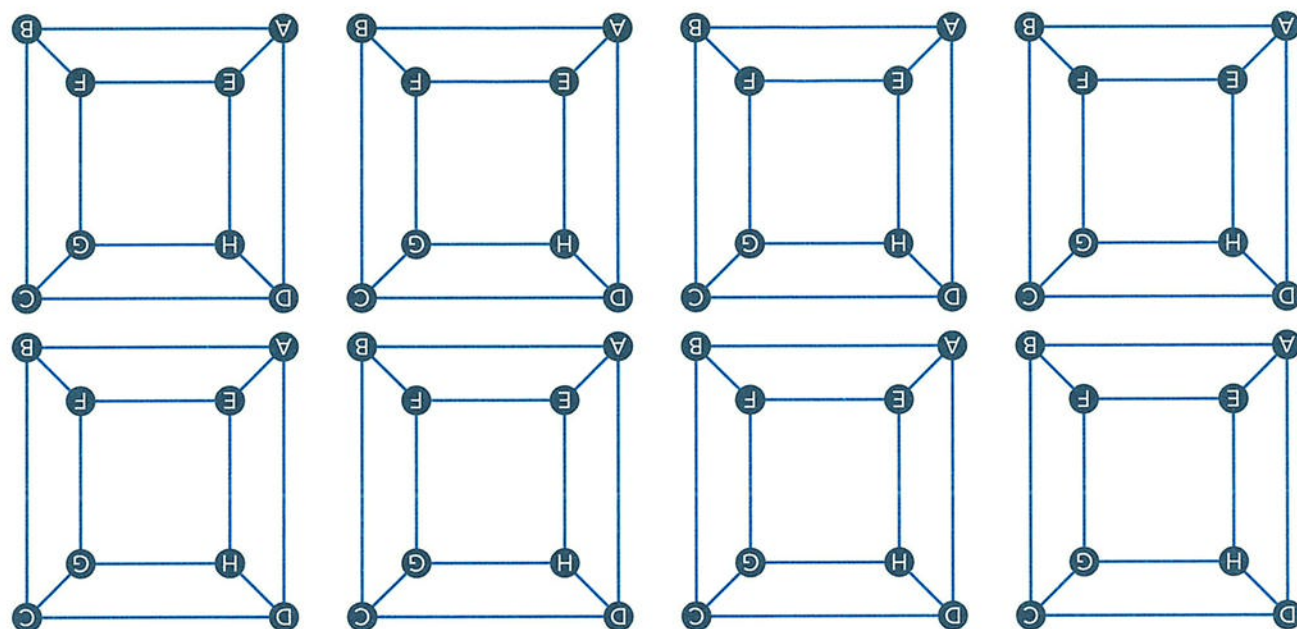
$$01 : 30 \times \quad =$$

$$05 : 00 \times \quad =$$

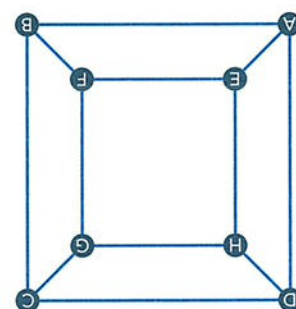
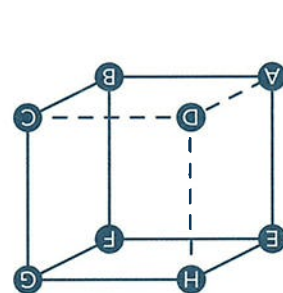
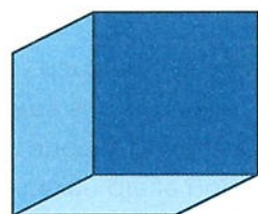
$$02 : 15 \times \quad =$$



- b Hoeveel hamiltoncircuits heeft een kubus? Er zijn _____ hamiltoncircuits, want



- a Teken alle hamiltoncircuits die starten in knoop A. Je hebt niet alle afbeeldingen nodig.



10 Onderzoek de hamiltoncircuits in een kubus.

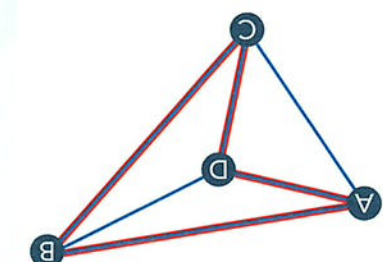
Dit is een graaf van een kubus.

9 Vind de hamiltoncircuits.

Begin bij knoop A.

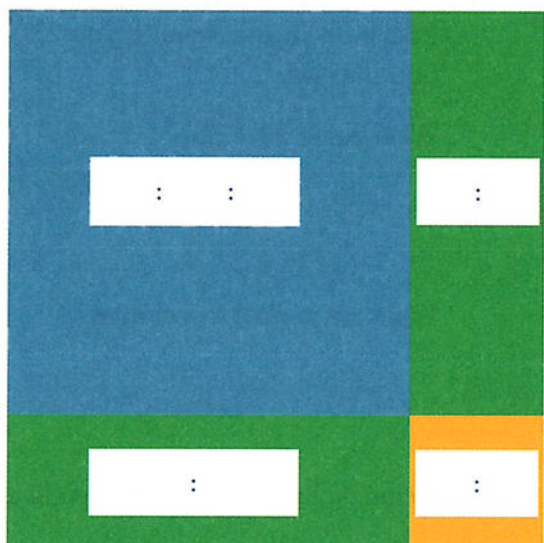
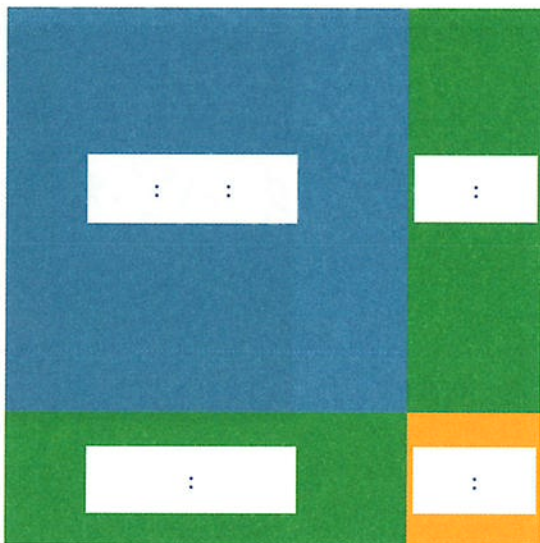
Soms kom je in een klimpark op elk plateau precies 1 keer. Je volgt dan een **hamiltonpad**: een route in een graaf waarbij je elke knoop precies 1 keer bezoekt. Een **hamiltoncircuit** is een gesloten hamiltonpad: je eindigt bij de knoop waar je bent gestart. Let op: de richting doet er niet toe: A - D - C - B - A is hetzelfde hamiltoncircuit als A - B - C - D - A.

ZO ZIT HET



14 Reken de Babylonische kwadraten uit.

- a $01 : 00 \times 01 : 00 =$ _____
- b Splits en reken uit. Gebruik de figuren.
- $01 : 20 \times 01 : 20 =$ _____



- c Reken uit in je schrift.

$02 : 30 \times 02 : 30 =$ _____

15 Reken de Babylonische vermenigvuldigingen uit.

Gebruik het stappenplan om 35×38 uit te rekenen. $35 + 38 = 01 : 33$
Het kwadraat heb je bij opdracht 14b uitgerekend.

Maak bij de som 48×29 een tekening in je schrift om het kwadraat van de optelling uit te rekenen.

vermenig- vuldiging	kwadraten	antwoord aftreksom	de helft
$35 \times 58 = \dots$	$35^2 =$ en $58^2 =$ $(01 : 33)^2 =$		
$48 \times 29 = \dots$	$48^2 =$ en $29^2 =$ $(\quad)^2 =$		

BLIK TERUG

Kijk opdracht 9 tot en met 15 na. Hoe heb je bij opdracht 13b bedacht wat gemakkelijke tafelsommen kunnen zijn als je rekent met Babylonische getallen? Heb je bij opdracht 14 het kwadraat van 20 en van 33 zelf uitgerekend, of heb je het opgezocht in de kwadratentabel?



Kijk opdracht 6 tot en met 12 na. Kon je alle typen bomen en de hamiltonpaden vinden? Als je de begrippen hamiltonpad, eulercircuit, hamiltoncircuit, eulercircuit en boom onder de knie hebt, ben je toe aan de XL-opdrachten.

BLIK TERUG

Zo ja, bereken de tijd die je voor de eulerroute nodig hebt.

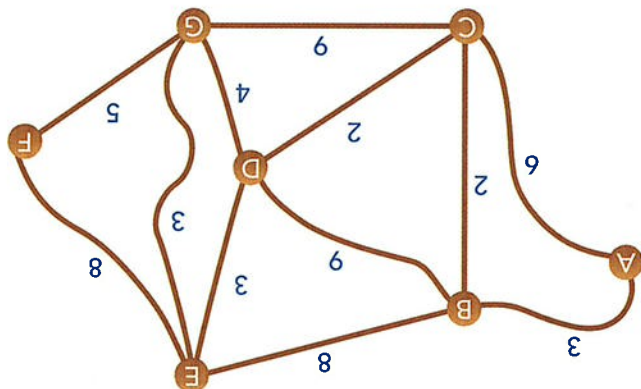
Ja | Nee, want _____

- c Is er een eulercircuit?

Bereken de tijd die je voor deze route nodig hebt.

A - _____

- b Wat is de snelste route van A naar F, waarbij je niet langs elk plateau hoeft?



Bereken de tijd die je voor deze route nodig hebt.

- a Kleur het pad met de snelste route van A naar F waarbij je langs elk plateau komt.

In dit klimbos heeft Amber de tijd in minuten opgeschreven die je nodig hebt om van het ene naar het andere plateau te gaan. Een lange lijn heeft soms een korte tijd: met een roetsjbaan ga je sneller dan klauterend over een touwbrug.

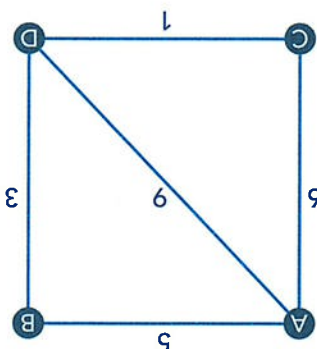
12 Vind de kortste route.

- b Hoe vind je de kortste route?

A _____

- a Beschrijf het kortste pad van A naar D.

In deze gewogen graaf geven de getallen langs de lijnen de afstand in kilometers tussen de knopen aan.



11 Vind de kortste route.

In een **gewogen graaf** is aan elke lijn een waarde toegekend. Die waarde geeft bijvoorbeeld de afstand aan tussen 2 knopen, of de tijd die je nodig hebt om die afstand te overbruggen. Soms geven de getallen de kosten aan om de verbinding aan te leggen. De lengte van de lijnen is dus niet belangrijk, het gaat om het getal.

ZO ZIT HET

16 Onderzoek Babylonische kommagetallen.

- a Bekijk de getallen die in de kolommen naast elkaar staan. Wat valt je op? Noem 1 ding.
- b Bekijk het getal achter 8. Daar zie je een kommagetal 00 : 07,30. Die eerste 2 nullen staan er niet, maar die zetten we er voor de duidelijkheid bij. Bedenk wat er achter het getal 9 moet staan. Schrijf je antwoord met haken en spijkers en met gewone cijfersymbolen.
- c De Babyloniërs gebruikten een soort kommagetallen voor de breuken. Vul de tabel verder in.

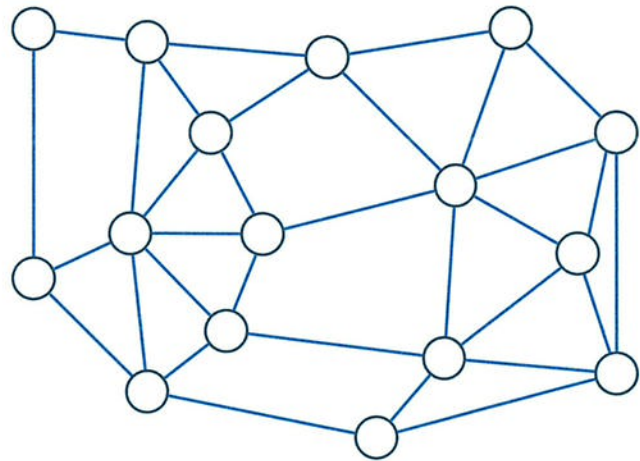
tientallig: breuk	tientallig: kommagetal	Babylonisch
$\frac{1}{2} = \frac{\quad}{60}$	0,5	00,30
$\frac{1}{3} = \frac{\quad}{60}$		
$\frac{1}{10} = \frac{\quad}{60}$		
$\frac{1}{12} = \frac{\quad}{60}$		

- d Sommige kommagetallen zijn mooi als je in het Babylonische talstelsel schrijft, maar een stuk lastiger in het tientallig stelsel. Hoe denk je dat dit komt?

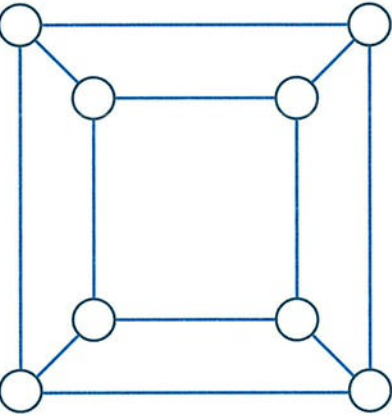
𐎶	𐎵𐎶
𐎶𐎶	𐎵𐎶𐎶
𐎶𐎶𐎶	𐎵𐎶𐎶𐎶
𐎶𐎶𐎶𐎶	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶



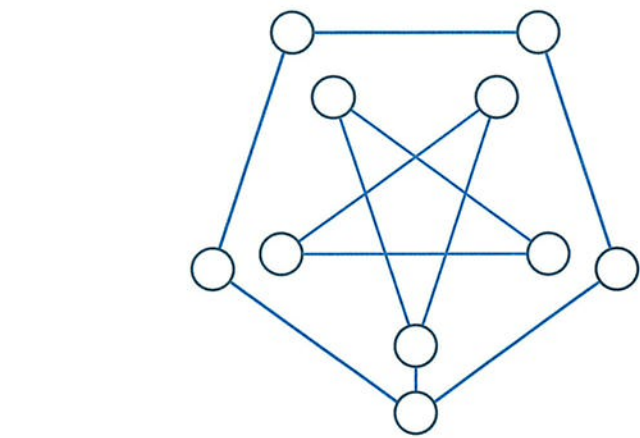
Het minimumaantal kleuren is _____.



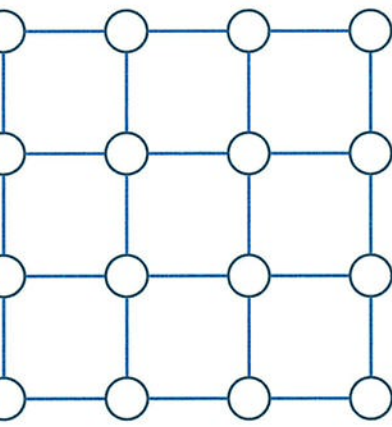
Het minimumaantal kleuren is _____.



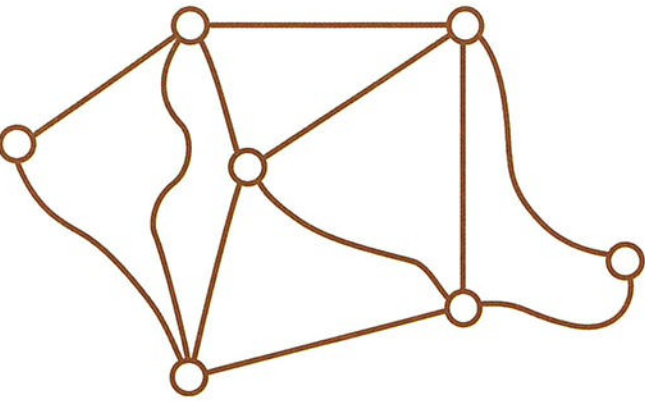
Het minimumaantal kleuren is _____.



Het minimumaantal kleuren is _____.

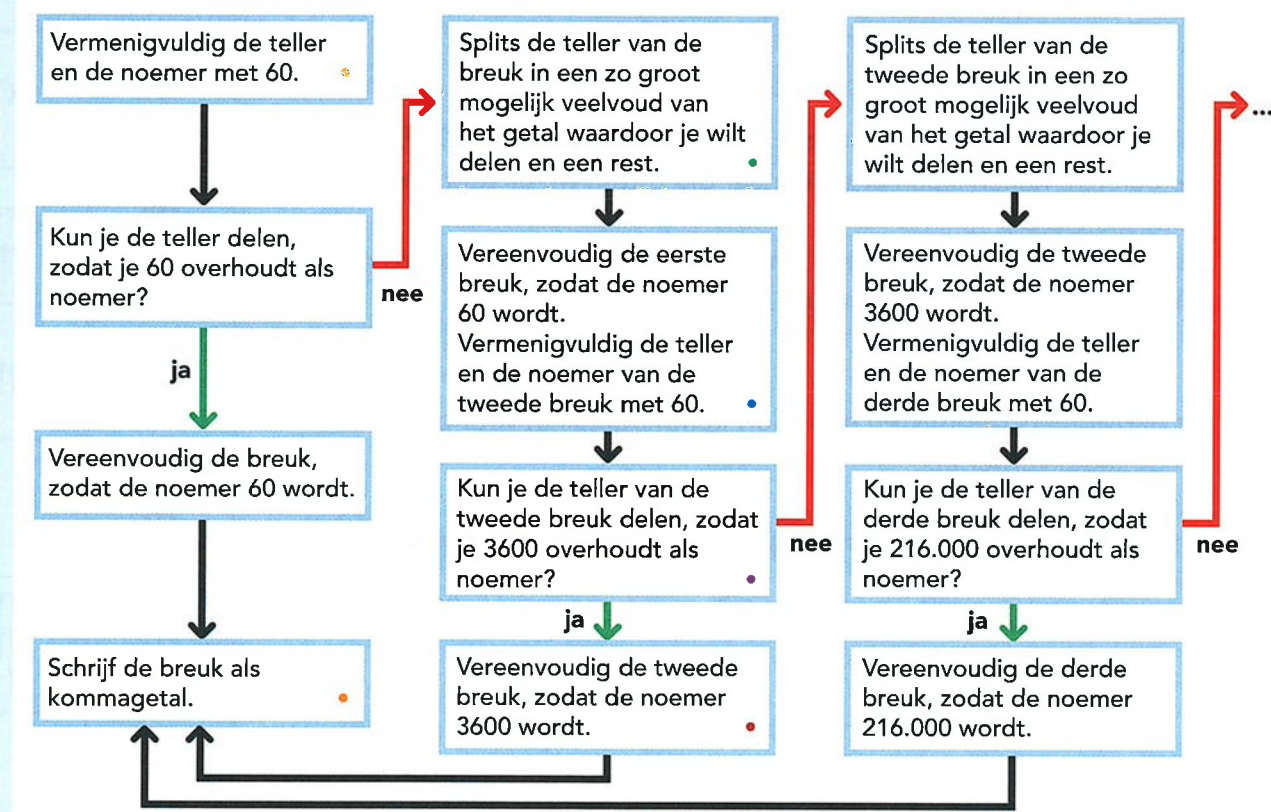


- a Amber wil de plateaus van haar klimpark een kleur geven. Als je van een plateau vertrekt, ga je altijd naar een andere kleur. Ze wil zo min mogelijk kleuren gebruiken. Hoeveel kleuren heb je minimaal nodig?
- b Kleur de knopen met zo min mogelijk verschillende kleuren. Zorg ervoor dat 2 aangrenzende knopen verschillende kleuren krijgen.



ZO ZIT HET

Met dit schema zet je breuken om naar Babylonische getallen.



Zo zet je bijvoorbeeld $\frac{1}{9}$ om. Volg de kleuren in het schema.

$$\frac{1}{9} = \frac{60}{9 \times 60} \rightarrow \frac{1}{9} = \frac{54}{9 \times 60} + \frac{6}{9 \times 60} \rightarrow \frac{1}{9} = \frac{6}{60} + \frac{6 \times 60}{9 \times 3600} = \frac{6}{60} + \frac{360}{9 \times 3600}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{6}{60} + \frac{40}{3600} \text{ dus } \frac{1}{9} \rightarrow 00,06 : 40$$

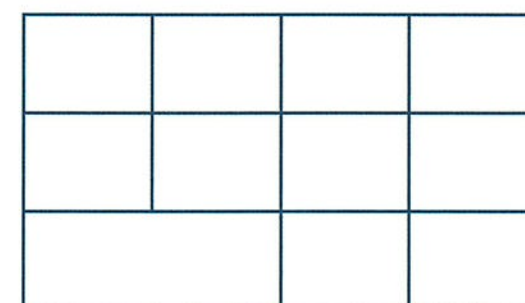
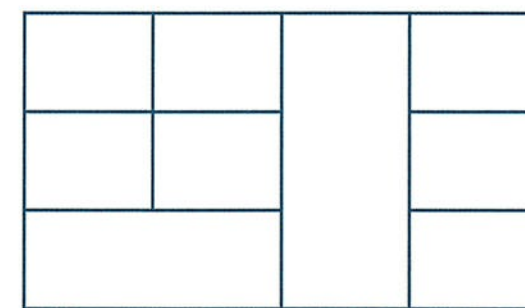
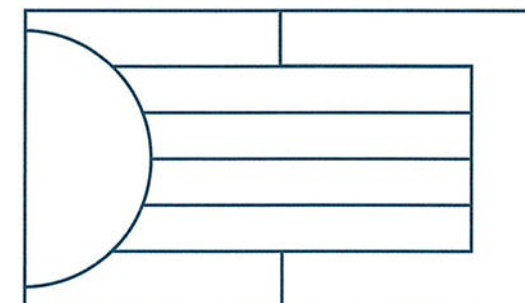
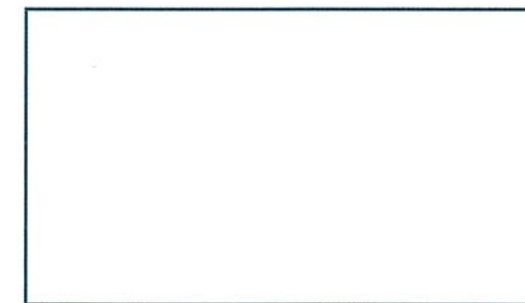
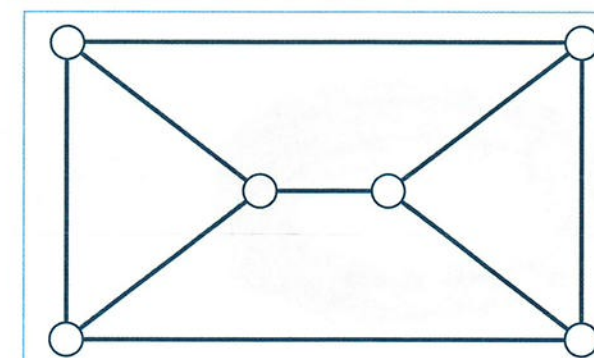
17 Maak een Babylonisch kommagetal met het schema.

$$\frac{1}{8} = \frac{60}{8 \times 60} \rightarrow \frac{1}{8} = \frac{60}{8 \times 60} + \frac{60}{8 \times 60} \rightarrow \frac{1}{8} = \frac{60}{60} + \frac{60 \times 60}{8 \times 3600} = \frac{60}{60} + \frac{3600}{8 \times 3600} \rightarrow$$

$$\frac{1}{8} = \frac{60}{60} + \frac{3600}{3600} \text{ dus } \frac{1}{8} \rightarrow 00, \text{ : } \text{ : }$$

18 Maak Babylonische kommagetallen met het schema.

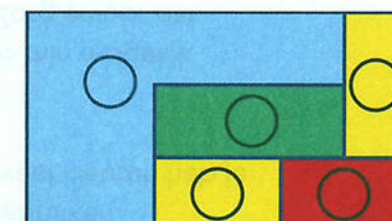
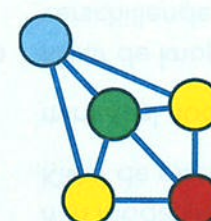
$$\begin{aligned} \frac{3}{5} &= \text{ } \\ \frac{3}{80} &= \text{ } \\ \frac{2}{27} &= \text{ } \\ \frac{14}{5} &= \text{ } \\ \frac{37}{20} &= \text{ } \\ \frac{639}{80} &= \text{ } \end{aligned}$$



b Teken de bijbehorende graaf of vlag.

a Kleur elke vlag of graaf met zo min mogelijk kleuren.

14 Zet vlaggen om naar grafen en andersom.



Een vlag met kleurvlakken kun je omzetten naar een graaf: een vlak wordt een knoop, een grens wordt een lijn. Of andersom. Bijvoorbeeld:

ZO ZIT HET

19 Maak gewone breuken van de Babylonische breuken.

a Vereenvoudig je antwoorden als dat kan.

$$00,14 = \frac{\quad}{\quad} \quad 00,06 : 45 = \frac{\quad}{\quad}$$

$$0,00 : 30 = \frac{\quad}{\quad} \quad 00,00 : 00 : 01 = \frac{\quad}{\quad}$$

b Maak een schema waarmee je gewone breuken maakt van Babylonische breuken. Gebruik de ruimte hieronder of teken het schema in je schrift.

20 Los dit Babylonische rekenraadsel op.

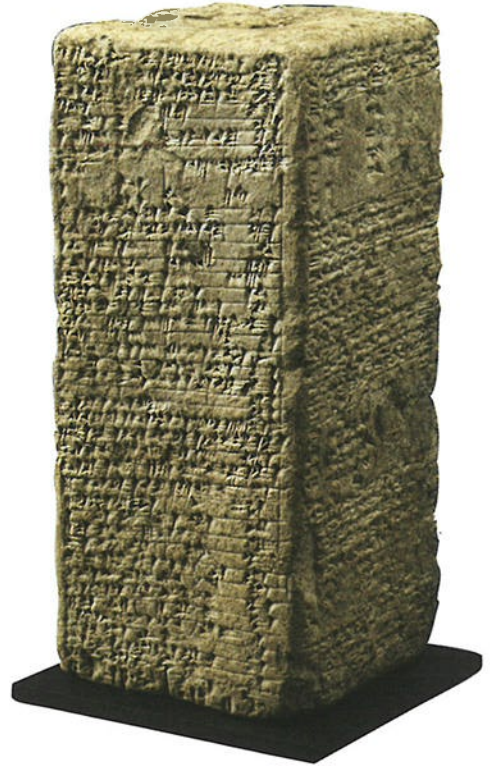
Weet je nog van kleitablet AO 8862 op bladzijde 2? Dit rekenraadsel staat erop. Je kunt dit vertalen als:

Lengte en breedte heb ik met elkaar vermenigvuldigd. Wat de lengte uitsteekt over de breedte heb ik bij de oppervlakte opgeteld en dan krijg je 03 : 03,00. Lengte en breedte bij elkaar opgeteld is 27,0. Wat zijn de lengte en de breedte?

Reken het antwoord uit en schrijf ook je berekening op.

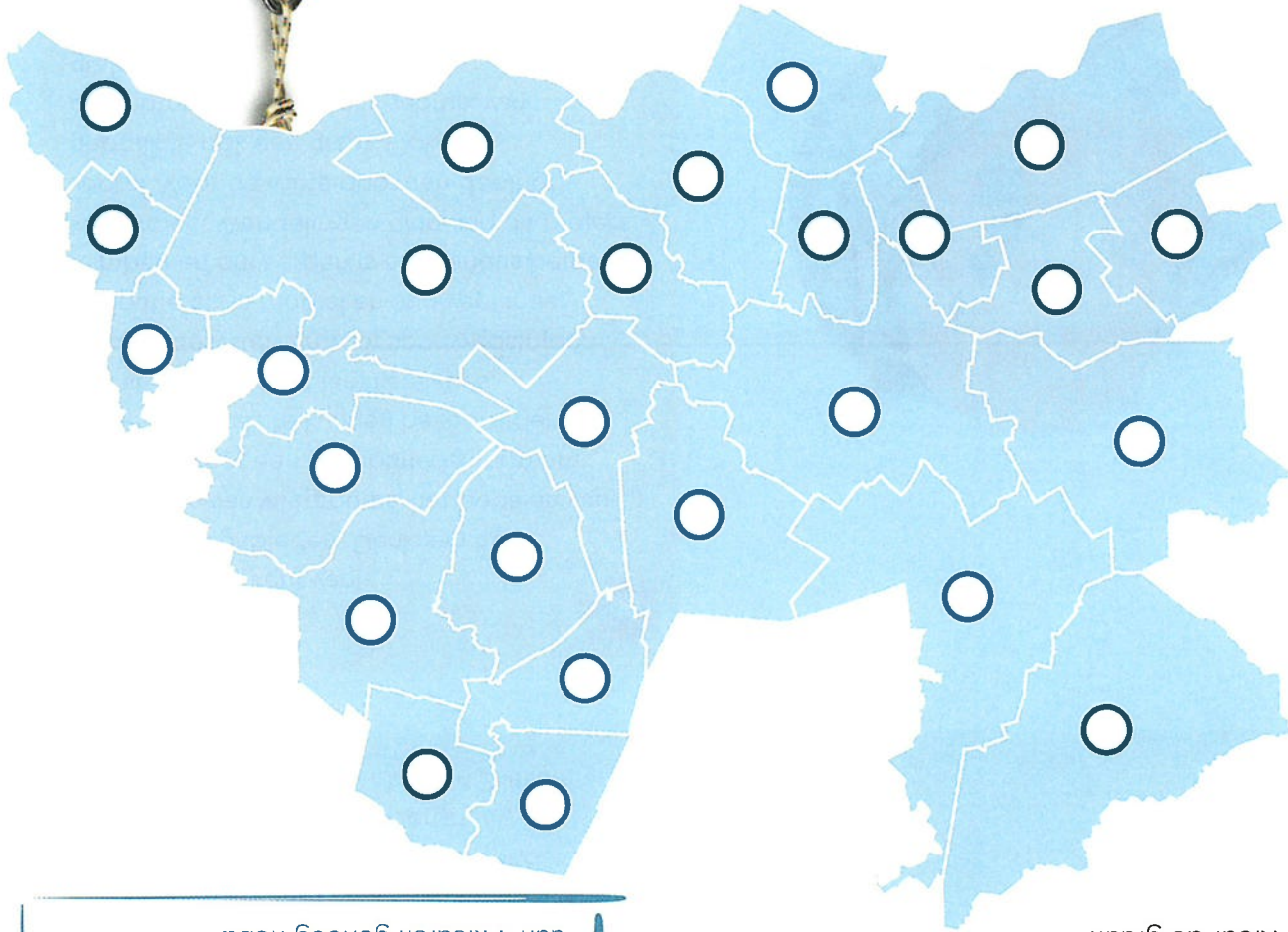
BLIK TERUG

Kijk opdracht 16 tot en met 20 na. Leg uit waarom $\frac{1}{3}$ een mooi kommagetal is in het zestigtallig stelsel, en in het decimale stelsel een repeterende breuk. Leg aan je juf of meester uit hoe je het antwoord bij opdracht 19b en 20 hebt bedacht.



BLIK TERUG

Kijk opdracht 13 tot en met 15 na. Zou je een ontwerp kunnen maken voor een klimpark, gebaseerd op de graaf van de provincie Utrecht? Als je alle opdrachten hebt gemaakt, kun je aan de slag met de eindopdracht.



15 Kleur de graaf met 4 kleuren.
In elke gemeente van de provincie Utrecht is een cirkel getekend: 26 knopen.
• Teken de graaf. Verbind de knopen als 2 gemeenten aan elkaar grenzen.
• Kleur de graaf.

TIP
Kleur eerst knopen met de hoogste graad zoveel mogelijk in 1 kleur. Dan zoveel mogelijk knopen met een volgende kleur. Enzovoort. Zorg dat je aan 4 kleuren genoeg hebt.

De vierkleurenstelling is in 1852 door de wiskundige Guthrie bedacht.
• Elke landkaart is met slechts 4 kleuren zo te kleuren dat aangrenzende landen niet dezelfde kleur krijgen.
• Aangrenzende landen zijn landen die aan elkaar grenzen met een stuk grens, dus niet met alleen 1 punt.
De stelling klinkt eenvoudig, toch is het **wiskundig bewijs** pas in 1976 met behulp van computers gemaakt.

ZO ZIT HET



MAAK EEN WERKBOEKJE OVER BABYLONISCH REKENEN

Je maakt een werkboekje over het vermenigvuldigen en de breuken bij de Babyloniërs, voor de kinderen uit je groep.

Bladzijde 1

Leg vermenigvuldigen uit:

- voor sommen waarbij je de kwadrantentabel kunt gebruiken;
- voor sommen waarbij je het kwadraat op een andere manier moet uitrekenen.

Bladzijde 2

Leg over breuken uit:

- hoe de breuken werden genoteerd;
- hoe je breuken moet omrekenen.

Bladzijde 3

Maak een werkblad met vermenigvuldigingsommen en sommen met breuken.

Bladzijde 4

Maak een antwoordblad bij het werkblad.

Niet de bladzijden aan elkaar tot een boekje.

Houd het antwoordblad apart.

Maak er tekeningen bij als je nog tijd over hebt.

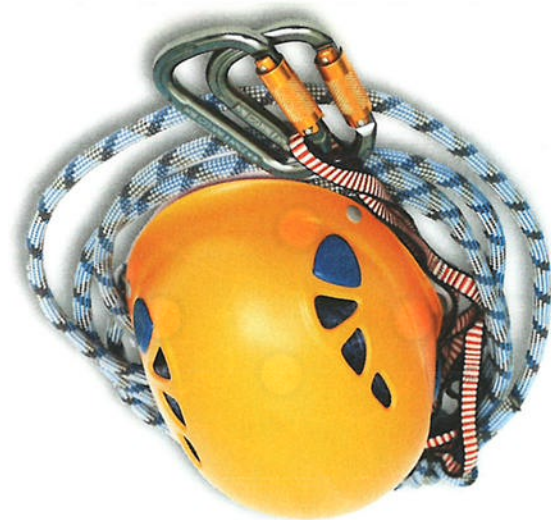
Heb je een ander idee voor de eindopdracht? Bespreek het met je juf of meester.

DE EISEN

- Het werkboekje ziet er verzorgd uit.
- De uitleg over vermenigvuldigen is duidelijk.
- De uitleg over breuken is duidelijk.
- Er is een werkblad met vermenigvuldigingsommen en sommen met breuken.
- Er is een antwoordblad met de juiste antwoorden.
- De eindopdracht is klaar binnen 2 lesuren.

BLIK TERUG

Het is best even wennen met die getallen tot 60, die op verschillende plaatsen staan, tot ver achter de komma. Maar je weet nu ook hoe het komt dat het getal 60 belangrijk is in onze cultuur. Je bent niet alleen een pientere rekenaar, je hebt ook dingen geleerd over de geschiedenis van het rekenen.

**BLIK TERUG**

Grafentheorie kent veel toepassingsgebieden. Denk aan het ontwerpen van vliegroutes, het bepalen van de plaats voor een distributiecentrum om efficiënt winkels te kunnen bevoorraden, een stamboom met familiërelaties, competitie-systemen voor sportwedstrijden, navigatie op je mobiel en nog veel meer. Klimparken ontwerpen is een serieuze beroep! Het project Wandelingen ging aan dit project vooraf. Voor de route door een doolhof gebruik je ook een graaf. Ook een doolhofontwerper maakt gebruik van grafentheorie.

DE EISEN

- Er zijn 15 knopen, 2 ervan zijn oneven.
- Er is een beschrijving van een eulerpada.
- Er zijn groene lijnen die een hamiltoncircuit aangeven.
- Er is een beschrijving van een bijzonder pad.
- De plattegrond ziet er verzorgd uit.
- De eindopdracht is klaar binnen 2 lesuren.

Heb je een ander idee voor de eindopdracht? Bespreek het met je juf of meester.

- Maak een plattegrond voor een klimpark. Gebruik 15 bomen. In die bomen komen plateaus. Bedenk verschillende soorten verbindingen tussen alle plateaus.
- Oudere kinderen kunnen een route nemen waarbij ze elke **verbinding** precies 1 keer volgen (eulerpada). Beschrijf het pad met letters onder de plattegrond.
- Voor jonge kinderen is er een groene route. Daarmee komen ze op elk **plateau** 1 keer en zijn dan weer terug bij het startpunt (hamiltoncircuit). Teken het pad in met groen.
- Teken een ingang voor jonge kinderen en een ingang voor oudere kinderen.
- Verzin zelf nog een bijzonder pad, bijvoorbeeld een kortste of hoogste route. Beschrijf het pad met letters onder de plattegrond.

ONTWERP EEN KLIMPAK

DIT VINDT DE JUF OF MEESTER!

Van het project: -- +- ++

Je inzet was:	☐	☐	☐	☐
Je vroeg hulp als het nodig was:	☐	☐	☐	☐
Je had plezier in het leren:	☐	☐	☐	☐

En ik vind:

-- +- ++

Beoordeel de eindopdracht. Dit zijn de eisen:

☐	☐	☐	☐	Er zijn 15 knopen, 2 ervan zijn oneven.
☐	☐	☐	☐	Er is een beschrijving van een eulerpada.
☐	☐	☐	☐	Er zijn groene lijnen die een hamiltoncircuit aangeven.
☐	☐	☐	☐	Er is een beschrijving van een bijzonder pad.
☐	☐	☐	☐	De plattegrond ziet er verzorgd uit.
☐	☐	☐	☐	De eindopdracht was klaar binnen 2 lesuren.

Dit kun je de volgende keer anders doen:

Dit zou ik de volgende keer anders doen:

Dit spreken we af:

Jouw handtekening:

Handtekening juf of meester:

DIT VIND IK!

Van het project: -- +- ++

Het project was op mijn niveau:	☐	☐	☐	☐
Ik heb doorgezeten, ook als het moeilijk was:	☐	☐	☐	☐
Ik wil meer leren over dit onderwerp:	☐	☐	☐	☐

En ik vind:

Jouw handtekening:

Handtekening juf of meester:

Dit spreken we af:

Dit kun je de volgende keer anders doen:

Dit zou ik de volgende keer anders doen:

-- +- ++

Beoordeel de eindopdracht.

Dit zijn de eisen:

☐	☐	☐	☐	Het werkboekje ziet er verzorgd uit.	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	De uitleg over vermenigvuldigen is duidelijk.	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	De uitleg over breuken is duidelijk.	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	Er is een werkblad met vermenigvuldigssommen en sommen met breuken.	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	Er is een antwoordblad met de juiste antwoorden.	☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐	De eindopdracht was klaar binnen 2 lesuren.	☐	☐	☐	☐

-- +- ++

DIT VINDT DE JUF OF MEESTER!

Van het project: -- +- ++

Je inzet was:	☐	☐	☐	☐
Je vroeg hulp als het nodig was:	☐	☐	☐	☐
Je had plezier in het leren:	☐	☐	☐	☐

En ik vind:

DIT VIND IK!

Van het project: -- +- ++

Het project was op mijn niveau:	☐	☐	☐	☐
Ik heb doorgezeten, ook als het moeilijk was:	☐	☐	☐	☐
Ik wil meer leren over dit onderwerp:	☐	☐	☐	☐

En ik vind:

