

Opdracht 8: Puzzelen met vierkanten

Tovervierkanten.

Al eeuwen lang zijn er mensen geïnteresseerd in bijzondere vierkanten. Tot in de 16^e eeuw dacht men dat vierkanten met een mooie rangschikking toverkracht hadden. Daarom sprak men van tovervierkanten.

Hiernaast zie je een voorbeeld van zo'n tovervierkant. Als je de som neemt van elke horizontale rij, komt daar hetzelfde uit:

$$16 + 3 + 2 + 13 = 34 \quad 5 + 10 + 11 + 8 = 34$$

$$9 + 6 + 7 + 12 = 34 \quad 4 + 15 + 14 + 1 = 34$$

Als je de som neemt van elke verticale rij, komt daar ook weer hetzelfde uit:

$$16 + 5 + 9 + 4 = 34 \quad 3 + 10 + 6 + 15 = 34$$

$$2 + 11 + 7 + 14 = 34 \quad 13 + 8 + 12 + 1 = 34$$

Dit gebeurt ook als je de rijen diagonaal optelt:

$$16 + 10 + 7 + 1 = 34 \quad 4 + 6 + 11 + 13 = 34$$

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

In een *tovervierkant* is elke som van de getallen in een horizontale, verticale of diagonale rij gelijk. (Die som noemen we de 'toversom').

Vraag 1:

Onderzoek of de vierkanten hieronder tovervierkanten zijn:

a)

16	17	12
11	15	19
18	13	14

b)

8	1	4
3	7	11
9	13	5

c)

8	18	4
6	10	14
16	2	12

Vraag 2:

Hieronder staan drie tovervierkanten die maar gedeeltelijk ingevuld zijn.

Neem elk vierkant over en vul het verder in. (Tip: bereken eerst de toversom).

a)

8		6
	5	
4		

b)

	1	
10	25	4

c)

23	25	27
24		

Behalve met positieve getallen, kun je ook tovervierkanten maken met negatieve getallen.

Vraag 3:

Hieronder staan weer drie tovervierkanten die maar gedeeltelijk ingevuld zijn. Neem elk vierkant over en vul het verder in. (Tip: bereken weer eerst de toversom)

a)

4	2	0
-1		

b)

-5		
	-2	
-1		1

c)

-4	-18	-8
		-6
-12		

Vraag 4:

De volgende vraag gaat over de tovervierkanten van vraag 2.

- Schrijf alle getallen van het tovervierkant a achter elkaar op, van klein naar groot. Doe dit ook voor de tovervierkanten b en c.
- Welk getal uit de rij staat in het midden van het vierkant?
- Vergelijk voor alle tovervierkanten getal in het midden met de toversom. Wat valt je op?
- Waar komt steeds het kleinste getal in het tovervierkant te staan?
- Waar komt steeds het grootste getal in het tovervierkant te staan?
- Waar komt het 2^e grootste getal in het tovervierkant te staan?

Vraag 5:

Er zit **regelmaat** in de rijen die hieronder staan. Bijv. de regelmaat bij de 1^e rij is + 3. Vul de onderstaande rijen aan tot en met het 9^e getal en zet ze vervolgens in een tovervierkant.

- 3, 6, 9, 12, 15, 18, ...
- 1, 3, 5, 7, ...
- 5, 10, 15,
- 1, -2, -3, -4, ...

Vraag 6:

Hiernaast zie je weer een tovervierkant van 4 bij 4.

- Hoe kun je dit controleren? Voer ook die controle uit.
- Wat is de toversom?
- Dit tovervierkant heeft nog meer bijzondere eigenschappen.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

In de figuren hieronder zijn telkens vier getallen met een stip aangegeven.

	•	•	
	•	•	

A

•	•		
•	•		

B

•			
		•	
	•		
			•

C

Neem in figuur A de som van de vier getallen die met een stip zijn aangegeven. Doe dit ook voor figuur B en C.

- Wat valt je op bij vraag c?

De toversom van vraag 6 was 34. Dit is altijd zo als je de getallen 1 t/m 16 neemt bij een tovervierkant van 4 bij 4.

Vraag 7:

Neem beide tovervierkanten over en vul ze verder in met de getallen 1 t/m 16.
(Tip: kijk eventueel even terug naar vraag 6).

a)

7	6		
	9	8	
12	15	2	
1	4		

b)

	13		
14	11	4	
7	2	9	

Vraag 8:

Voor het maken van een vierkant van 5 bij 5 bestaat een speciale methode die zo begint:

- Maak een vierkant van 9 bij 9 cm en zet de getallen 1 t/m 25 erin zoals hiernaast.
- Teken vervolgens in het midden een vierkant van 5 bij 5 om de gerangschikte getallen. Dit vierkant wordt het begin van het tovervierkant.
- Vervolgens zet je de andere getallen in het tovervierkant. (Zie het tovervierkant hieronder).

			5				
			4	10			
		3	9	15			
	2		8	14		20	
1		7	13	19			25
	6		12	18		24	
		11	17	23			
			16	22			
			21				

- a) Welk getal komt in het midden van het tovervierkant te staan?
- b) Leg uit of je dit een geschikt getal vind.
- c) Hoe worden de getallen die buiten het vierkant vallen in het tovervierkant geplaatst?
- d) Controleer of het een tovervierkant is geworden.

↓

3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

Vraag 9:

- a) Gebruik de methode van vraag 8 om met de getallen 1 t/m 49 een tovervierkant van 7 bij 7 te maken.
(Tip: begin met een vierkant van 13 bij 13 met daarin een vierkant van 7 bij 7)
- b) Probeer ook om op deze manier met de getallen 1 t/m 16 een tovervierkant van 4 bij 4 te maken.
- c) Voor welke tovervierkanten is deze methode geschikt?

Cijferlegpuzzels.

Vraag 10:

Plaats de getallen 1 t/m 5 in het vierkant hiernaast.
Plaats de getallen zodat in elke rij, kolom en diagonaal elk getal van 1 t/m 5 één keer voorkomt.
Neem het vierkant over en vul het verder in.

	3			
			2	1
		4		

Vraag 11:

Onderstaande getallen moeten op de juiste plek in het vierkant (van 15 bij 15) worden ingevuld. Er zijn al twee getallen voor jullie ingevuld.

Neem het vierkant over en het verder in.

2	3	4	5	6		7
12	122	2435	15725	204452	695837	1296464
28	211	2674	21185	212968	706142	3117514
47	235	3123	21225	243732	708249	3351585
83	548	3687	39456	245147	714175	4177124
84	583	4384	41832	286758	749656	5828923
	643	6726	42936	317698	751682	6392594
	691	8656	54323	414559	778633	6512316
	754	9777	59160	414846	830982	6559732
	757		66871	431472	861929	7171344
	773		75257	491741	863722	7559448
			87582	511428	876264	8354356
				572764	957633	8422416
				644368	958343	8571585

4	2	9	3	6										
3														
1														
4														
7														
2														

Vraag 12:

Rondom elke zwart hokje moeten de cijfers 1 t/m 8 komen. Enkele getallen zijn al ingevuld.

Neem het grote vierkant (9 bij 9 hokjes) over en vul de lege vakken in.

(Let op: je moet telkens 8 verschillende cijfers gebruiken).

3	6		3		4	7	8	5
	■	7	■	6	■		■	
8		2	4		2	1		6
5	■		■	7	■	4	■	
	7		5		3	5		7
	■	1	■		■		■	
5		2		4		2		8
	■	8	■	5	■	1	■	
7	3			6			5	6

Figuurzoekers.

Bij een figuurzoeker is het de bedoeling dat je door logisch denken een verborgen figuur onthult. De figuur wordt bepaald door de getallen die je links en boven het diagram ziet. Deze getallen geven ieder een groepje aaneengesloten zwarte of gekleurde vakjes aan. De volgorde waarin de getallen staan, is ook de volgorde van de groepjes in de kolom of rij. (Een rij is horizontaal en een kolom is verticaal).

Tussen twee groepjes van dezelfde kleur zit minstens één wit vakje en tussen een zwart en een gekleurd groepje hoeft geen wit vakje te zitten.

Er kunnen ook witte vakjes aan het begin of einde van een rij of kolom staan.

Door middel van een voorbeeld kun je zien hoe het oplossen in zijn werk gaat.

(Als we beginnen is het diagram leeg en na elke stap vullen we het diagram ernaast in).

Stap 1:

Voor de 13^e rij staat geen getal.

Deze rij bevat dus geen zwarte vakjes.

Het is handig om in de vakjes (waarvan je zeker weet dat ze leeg blijven) een streepje te zetten.

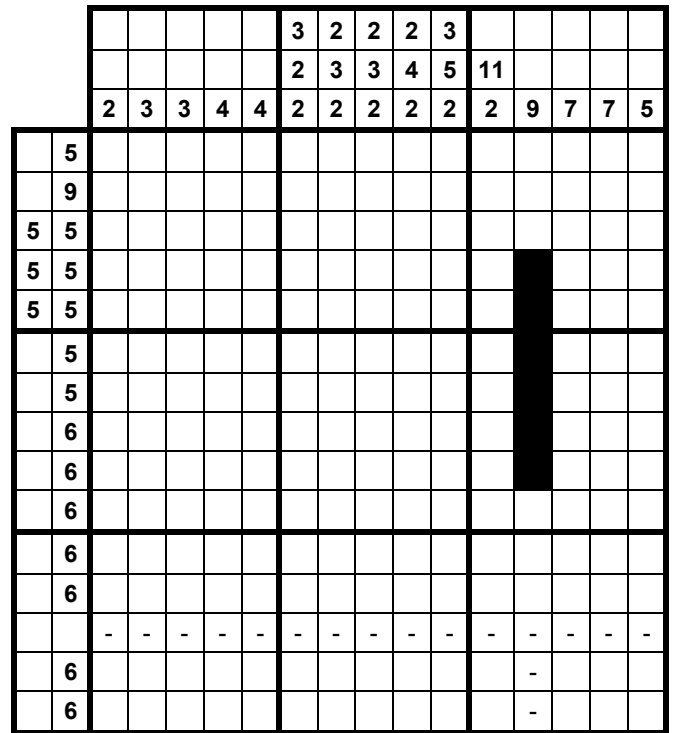
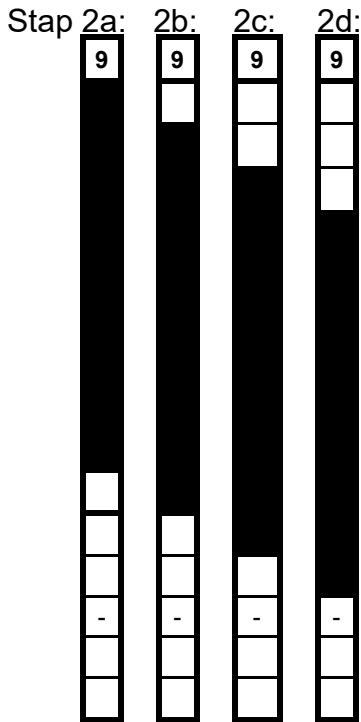
Dus er komen 15 streepjes in 13^e rij te staan.

						3	2	2	2	3									
						2	3	3	4	5	11								
		2	3	3	4	4	2	2	2	2	2	2	9	7	7	5			
	5																		
	9																		
	5	5																	
	5	5																	
	5	5																	
	5																		
	5																		
	6																		
	6																		
	6																		
	6																		
	6																		
	6																		
	6																		
	6																		
	6																		

Stap 2:

In de 12^e kolom staat volgens de aanwijzing één groepje van negen aaneengesloten vakjes. Er zijn vier mogelijkheden om dit groepje in die rij te plaatsen (zie stap 2a t/m 2d hieronder). Het groepje kan niet in 13^e vakje staan (die is al leeg, zie stap 1). Het kan ook niet in 14^e en 15^e vakje staan want daar is maar plaats voor twee vakjes. De precieze plaats van het groepje weet je nog niet, maar in alle vier de gevallen zijn de vakjes 4 t/m 9 zwart, dus deze kun je kleuren.

Kolom 12: vakje 4 t/m 9 zwart kleuren en vakje 14 en 15 zijn leeg dus streepjes zetten.

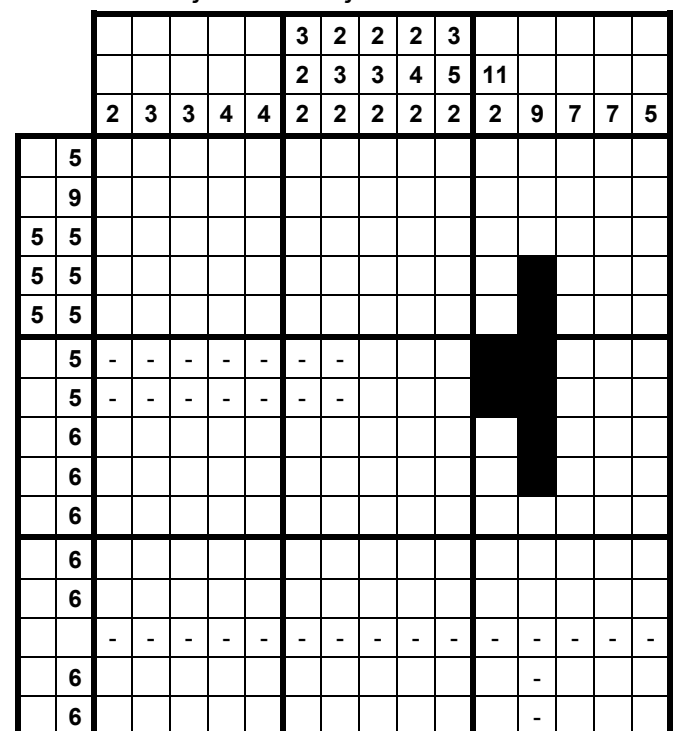
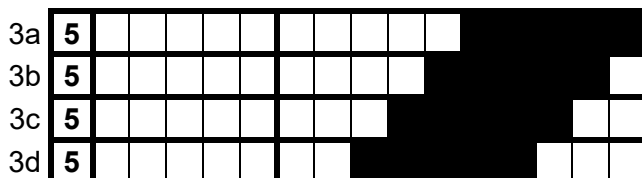


De strategie van stap 2 kun je altijd toepassen wanneer het aantal gekleurde vakjes in een kolom of rij groter is dan de helft van het totaal aantal vakjes in die rij of kolom. Deze tip kun je bij alle figuurzoekers gebruiken.

Stap 3:

In de 6^e en 7^e rij staat volgens de aanwijzing één groepje van vijf zwarte vakjes. Het 12^e vakje is al zwart (stap 2) en maakt dus deel uit van de groep. Er zijn nog vier mogelijkheden over om de groep te plaatsen (zie stap 3a t/m 3d). In alle gevallen is het 11^e vakje zwart en zijn de vakjes 1 t/m 7 leeg.

Rij 6 en 7: in 1^e t/m 7^e vakje streepjes zetten en het 11^e vakje zwart kleuren.



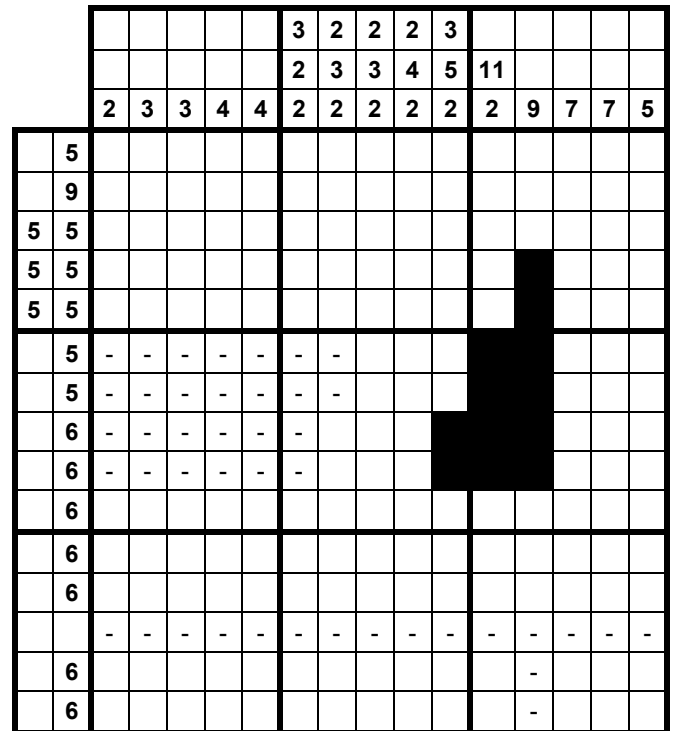
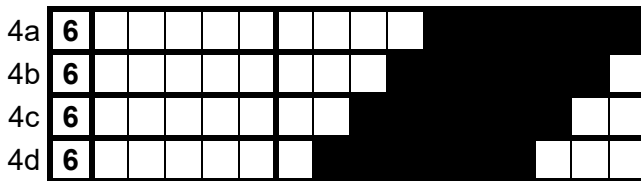
Stap 4:

In de 8^e en 9^e rij staat volgens de aanwijzing één groepje van zes zwarte vakjes. Het 12^e vakje is al zwart (stap 2) en maakt dus deel uit van de groep.

Er zijn nog vier mogelijkheden over om de groep te plaatsen (zie stap 4a t/m 4d).

In alle gevallen zijn het 10^e en 11^e vakje zwart en zijn de vakjes 1 t/m 6 leeg.

Rij 8 en 9: in 1^e t/m 6^e vakje streepjes zetten en het 10^e en 11^e vakje zwart kleuren.



Stap 5:

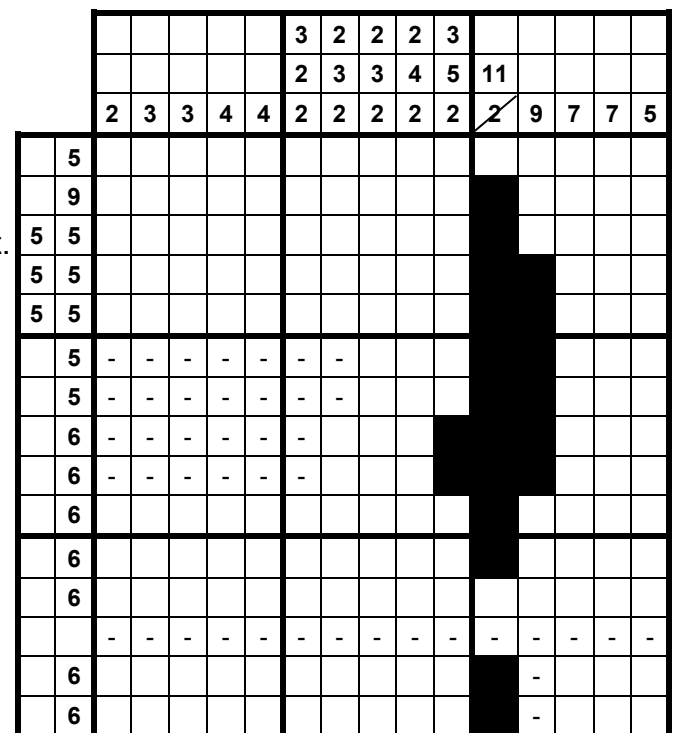
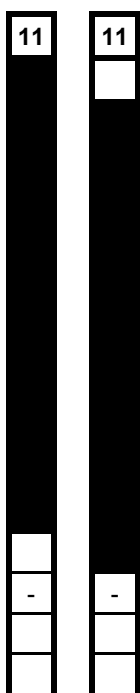
In de 11^e kolom staat volgens de aanwijzing één groepje van elf en één van twee zwarte vakjes. Het 5^e t/m 9^e vakje is al zwart (stap 3 en 4) en maakt dus deel uit van de groep van elf.

Er zijn nog twee mogelijkheden over om die groep van elf te plaatsen (zie stap 5a en 5b).

In beide gevallen zijn het 2^e t/m 11^e vakje zwart.

Er is maar één mogelijkheid om de groep van twee te plaatsen, namelijk in het 14^e en 15^e vakje.

Stap 5a: 5b:



Kolom 11: het 2^e t/m 11^e en 14^e en 15^e vakje zwart kleuren.

Ook moet je de twee boven het diagram doorstrepen want dit groepje is nu compleet.

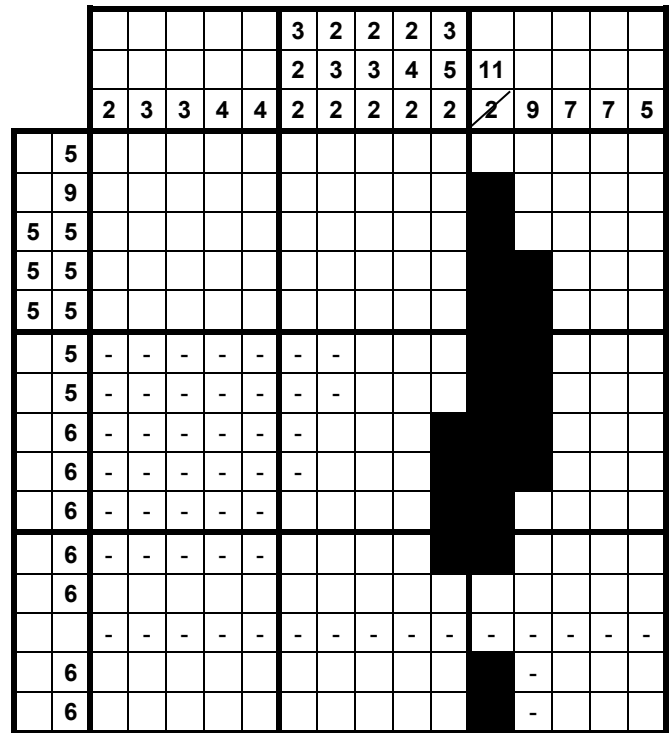
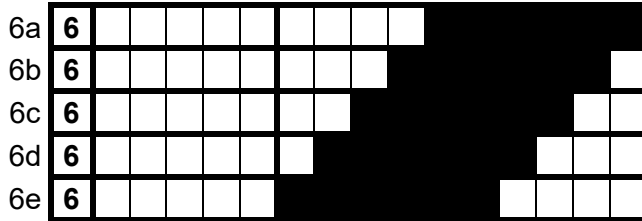
Stap 6:

In de 10^e en 11^e rij staat volgens de aanwijzing één groepje van zes zwarte vakjes. Het 11^e vakje is al zwart (stap 5) en maakt dus deel uit van de groep.

Er zijn nog vijf mogelijkheden over om de groep te plaatsen (zie stap 6a t/m 6e).

In alle gevallen is het 10^e vakje zwart en zijn de vakjes 1 t/m 6 leeg.

Rij 10 en 11: in 1^e t/m 5^e vakje streepjes zetten en het 10^e vakje zwart kleuren.

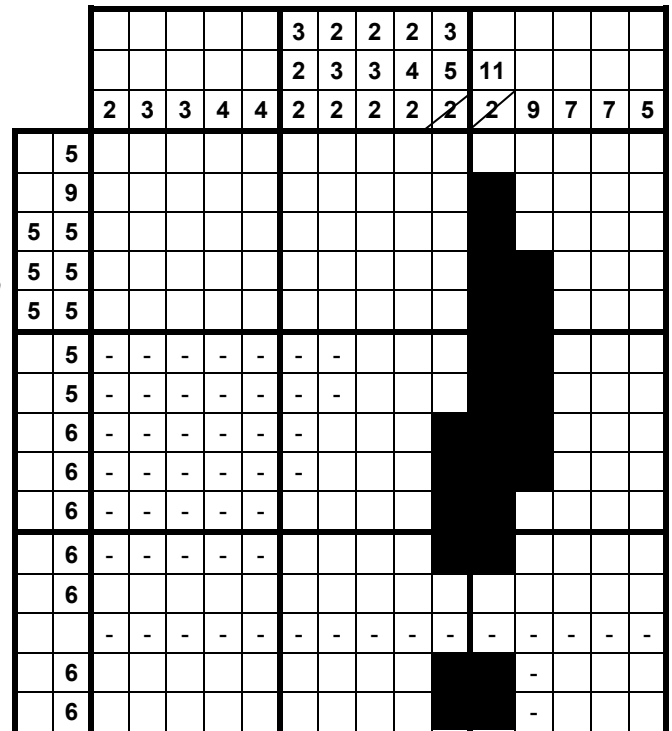


Stap 7:

In de 10^e kolom staat volgens de aanwijzing één groepje van drie, één groepje van vijf en één groepje van twee zwarte vakjes.

Er zijn al vier vakjes zwart, het 8^e t/m 11^e vakje, dus dit moet deel uit maken van de groep van vijf. Er blijft dus één mogelijkheid over voor het groepje van twee, namelijk het 14^e en 15^e vakje.

Kolom 10: het 14^e en 15^e vakje zwart kleuren en de twee boven het diagram doorstrepen.



Stap 8:

In de 14^e en 15^e rij staat volgens de aanwijzing één groepje van zes zwarte vakjes.

Het 10^e en 11^e vakje zijn al zwart en maakt dus deel uit van de groep.

Bovendien is het 12^e vakje is leeg dus er is nog maar één mogelijkheid om de groep te plaatsen, namelijk het 6^e t/m 11^e vakje.

Rij 14 en 15: het 6^e t/m 9^e vakje zwart kleuren en de 'zessen' voor het diagram doorstrepen. Ook moet je in de vakjes 1 t/m 5 en 13 t/m 15 streepjes zetten.

						3	2	2	2	3									
						2	3	3	4	5	11								
		2	3	3	4	4	2	2	2	2	2	2	9	7	7	5			
	5																		
	9																		
5	5																		
5	5																		
5	5																		
5	5																		
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Vraag 13:

- a) Neem het voorbeeld bij stap 8 over (of print het uit) en maak het verder af.
- b) Wat voor figuur heb je gekregen?

Vraag 14:

Neem de figuurzoeker hiernaast over (of print het uit) en maak de figuurzoeker af.
(De tip is: 'knabbel').

				1																
				1																
				2																
				2	2	11				5	7	10	4	7	7					
				1	1	1	1	1	12	8	7	4	3	6	5	3	5	3		
				4																
				6																
				1	8															
				3	8															
1	2	3	4																	
4	3	3																		
2	3	2																		
		4	2																	
		7	2																	
1	4	3																		
		6	3																	
			10																	
			9																	
			7																	
			5																	

